

Matlab 作业：高斯消元法

福建师大数学与计算机科学学院

张圣贵

例 1: 用高斯消元法解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - 1/2x_2 - 1/2x_3 & = 0 \\ -1/2x_1 + 2x_2 & - 1/2x_4 = 3 \\ -1/2x_1 & + 2x_3 - 1/2x_4 = 3 \\ & -1/2x_2 - 1/2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

键入

```
format rat % 有理数输出
```

```
A1=[2,-1/2,-1/2,0;-1/2,2,0,-1/2;-1/2,0,2,-1/2;0,-1/2,-1/2,2] % 系数矩阵
```

```
b1=[0;3;3;0] % 常数项
```

```
U=rref([A1 b1]) % 增广矩阵的简化阶梯型矩阵
```

输出

```
A1 =
```

```
      2      -1/2      -1/2      0
    -1/2      2      0      -1/2
    -1/2      0      2      -1/2
      0      -1/2      -1/2      2
```

```
b1 =
```

```
0
3
3
0
```

U =

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

则解为

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

例 2: 用高斯消元法解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + 8x_3 - x_4 = 8 \\ 7x_1 + 9x_2 + x_3 + 8x_4 = 0 \end{cases}$$

键入

```
format rat % 有理数输出
A=[2,3,5,1;3,4,2,3;1,2,8,-1;7,9,1,8] % 系数矩阵
b=[3;-2;8;0] % 常数项
U=rref([A b]) % 增广矩阵的简化阶梯型矩阵
```

输出

A =

$$\begin{array}{cccc} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 8 & -1 \\ 7 & 9 & 1 & 8 \end{array}$$

b =

3
-2
8
0

U =

1 0 -14 5 0
0 1 11 -3 0
0 0 0 0 1
0 0 0 0 0

则方程组无解.

例 3: 用高斯消元法解线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

键入

```
format rat % 有理数输出  
A2=[ 1 1 1 1 0; 0 1 0 0 1; 1 0 1 0 1; 1 1 1 0 1 ] % 系数矩阵  
b2=[3;-2;8;0] % 常数项  
U=rref([A2 b2]) % 增广矩阵的简化阶梯型矩阵
```

输出

A2 =

1 1 1 1 0
0 1 0 0 1

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

b2 =

$$\begin{array}{c} 3 \\ -2 \\ 8 \\ 0 \end{array}$$

U =

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \end{array}$$

则方程组无穷多解，一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 2 - x_3 \\ x_2 = -8 \\ x_4 = 9 \\ x_5 = 6 \end{cases}$$

其中 x_3 为自由未知数.

补充作业:

(1) 生成一个随机 6 阶矩阵 A 和一个 6×1 矩阵 b , 用高斯消元法解线性方程组 $Ax = b$.

(2) 生成一个随机 7×6 矩阵 A , 用高斯消元法解线性方程组 $Ax = 0$.